

中高一貫私学の特性を活かした数学指導

— 特に、新教育課程を踏まえての中学での指導 —

久保光章 (岡山中学・高等学校)

1. はじめに

近年、中高一貫用教科書・教材が各社から出されている。また、特に中学用の参考書なども増えてきている。各私学が、その独自性や先見性を活かし、多様化する教材の利用・活用などにおいても、この研究成果を参考にして頂きたい。

数学の先取りのカリキュラムを組む中高一貫進学校において、高校での指導内容は多いため、中学時に、いかに基礎を身につけさせ、さらに高校内容を先取りできるかが求められる場合が多い。基礎をじっくり固めていくための「定着」と、先取りを行うための「スピード」という、一見相反する両面の「バランス」の取り方が重要である。後述の「学力推移調査」の分析を踏まえて、中学でどの分野の定着に重視すべきかに注意し、特に、新教育課程において、中高一貫私学だからこそできる指導方法を具体的に考えていく。さらに最新の大学入試問題の傾向を把握し、中学段階において特に必要な事項を把握し、平成24年度から先行実施の新教育課程に合わせた指導方法のヒントとして頂きたい。

2. 新学習指導要領

(1) 新学習指導要領改訂(高校)のポイントとその背景

① 選択必修から「数学Ⅰ(3単位)」の共通必修へ

2単位まで減可であるが、「数と式」・「図形と計量」・「2次関数」・「データの分析」の4つの内容を指導しなければならない。中学校で指導した内容を再度取り上げ、スパイラル的な指導ができるような内容構成である。中学の学習指導要領が、「数と式」・「図形」・「数量関係」の3領域から、「数と式」・「図形」・「関数」・「資料の活用」の4領域になり、中学校と高校の接続を重視したと考えられる。

② 「数学活用」を新設するとともに、「数学C」の内容を他科目に移行 (特に、「行列」の分野について)

「数学活用」は現行の「数学基礎」からの内容であるが、数理的な考察・数学の社会的有用性・問題解決できる力との調和をいかにはかるかが問題である。

現行課程の「数学C」の「行列」と、新課程の「数学Ⅲ」の「複素数平面」については、変換を扱う分野のどちらかは、必要であると考えられる。大学の数学の指導としては、「行列」の方が指導し易いようである。2次の正方行列の扱いからなかなか抜け出せず、 n 次正方行列へ一般化できない生徒(学生)も多い。特に、ハミルトン・ケリーの定理の利用に固執してしまいがちである。逆に、複素数の分野は、数として豊かな部分を持っている。上記の理由により、「行列」より「複素数平面」を選択したと考えられる。「複素数平面」は「数学Ⅲ」へ増補された。ただし、「行列」は削除されたのではなく、「数学活用」に移行した形となっている。

また、単位数についても、現行課程の「数学Ⅲ(3単位)」・「数学C(2単位)」から、「数学Ⅲ(5単位)」となっているが、5単位と合体させることにより、どちらかの単位を落としてしまう可能性を低くしていると考えられる。

③「課題学習」の位置付け

「数学Ⅰ」と「数学A」に、知識・技能の活用と数学のよさの認識を目的として、「課題学習」が増補された。教科書の各章末に課題があり、トピック的に扱え、生徒の主体的な学習を促す。中学の現行課程の「数学的活用」（課題学習）の評判はよく、この新課程でも、同様の成果を期待していると考えられる。

(2) 新学習指導要領（高校）で新たに加わる分野の考察

①数学Ⅰ「データの分析」

データの分析について理解させ、事象を数学的に考察し、数学のよさを認識し、さらにそれらを活用することを目標とする。現段階での授業展開や大学入試の展望として、以下のことが考えられる。

- ・数学Ⅰが必修のため、統計は全員が学習することになる。国際的に見て、日本の統計教育の遅れや活用・分析の重視が考えられる。
- ・中学では「資料」と呼ばれていたものが、高校では「データ」となっている。つまり、与えられたデータ（数値）から、そのデータを整理・分析し、傾向を判断することが要求される。
- ・ Σ 記号は「数学B」で扱うので、計算させる内容は少ない。換言すれば、与えられたデータに対して、計算せずに、そのデータの傾向を判断する力を養う。そこで、その方策の1例として、「四分位偏差」を用いる。また、中央値・最大値・最小値・第1四分位点・第3四分位点を表現した「箱ひげ図」を用いるとよい。
- ・センター試験等では、データ数は5個～20個と、それほど多くない。 Σ 記号を用いないことを考慮すれば、データ数に関しては、この傾向は続くと考えられる。また、「四分位偏差」の「第1四分位点・中央値・第3四分位点」を考察させることを想定すれば、データ数は「4で割って3余る数」というのが妥当かもしれない。よって、前述の「5個～20個」という過去の出題例と併用して考えれば、データ数は「7個・11個・15個・19個」のいずれかであると思われる。

②数学A「整数の性質」

「約数と倍数」・「ユークリッドの互除法」・「整数の性質の活用」の3つの内容から構成される。

「約数と倍数」に関しては、中学や数学Ⅰの分野でも難関大学の2次試験にも出題されている。「ユークリッドの互除法」は、現行課程の数学B「数値計算とコンピューター」で扱っていた内容である。また、不定方程式の整数解については、特に注意が必要である。「整数の性質の活用」に関しては、学習指導要領には「2進数など……」と記述されている。「など」という標記を解釈すれば、結局「n進法」まで理解させざるをえないであろう。また、「位取り記数法」・「部屋割り論法（鳩の巣原理）」についての指導も必要である。

③数学Ⅲ「複素数平面」

「直交座標」・「媒介変数」・「極座標」に関しては、現行課程の「数学C（式と曲線）」からの移動である。「複素数平面」では、ややこしい計算は避け、図形的なものや作図と絡めて考えるとよい。演算としては、特に積と商の図示から図形の操作（回転・拡大縮小）を複素数で表現し、さらにその合同や相似への応用なども考えられる。「1次変換」が削除されたので、分数変換や反転の復活の可能性はあるかもしれないが、基本的な内容に留まる程度であると考えられる。

3. 調査結果

(1) 学力推移調査

「学力推移調査」は、ベネッセコーポレーションの行う6年制中高一貫校の中学向け全国テストである。約4万人～5万人が受験をしている。中高6年間で、難関大以上の大学合格を目指す一貫校生の中学段階の学力がどの程度身についているかを測るものである。春と秋と冬の年3回の実施（中3

の冬の回は無い)で、どの時期にどの分野でつまづいているかをいち早く把握することができる。また、高校でベネッセコーポレーションの「進研模試」を受験すれば、学習到達ゾーンを使って、中学・高校の学力推移を共通の指標でみることもできる。

この3年間の学力推移調査の成績結果から、最近の中学生の苦手分野やその傾向などを調査し、新教育課程への移行のヒントとしたい。苦手分野や傾向として考えられるのは、以下の単元・内容である。中学の指導時に特に注意をしたい項目である。

- ①円周角の定理…いわゆる角度の計算問題であるが、複数の場所の角度を順番に求めていかなければならないときに正答率が下がる。「円周角」の単元の際、問題演習の時間をかけ、しっかりとした反復演習をすべきである。
- ②確率…2回以上の操作が必要になる問題
- ③空間図形…立体を把握する力(特に、ねじれの位置に関して)
中学1年で、立体の工作やゾムツールなど実験の授業時間を確保するとよい。
- ④平方根…計算問題はできるが、根号の中に文字が含まれ、その根号の値が整数となる問題が弱い。「素因数分解」の理解不足も考えられる。
- ⑤因数分解…まず、最初に共通因数でくくる習慣をつける。2乗の公式やたすきがけなどに目がいってしまう傾向がある。
- ⑥直線の方程式…直線のグラフは理解できるが、「傾き・切片」などの用語を使うと正答率が下がる。
- ⑦指数法則…計算問題の中では正答率が低い。

(2) 他校の実践例・他教科との連携

①体育

中学1年「資料の活用」の授業の導入として、体育の授業で、クラス全員の「クラウチングスタート」と「スタンディングスタート」の両方で50m走のタイムを測定する。自分自身や自分のクラスの生徒の身近な実体験のデータであり、「数学的活用」の要素も強い。測定値を整理し、自分の考えをまとめる力・グループで話し合い自分の意見を表現する力が身につくやうと考えられる。授業者の期待する分析は、「足の速い生徒はクラウチングスタートの方が速く、足の遅い生徒はスタンディングスタートの方が速い」であった。また、バスケットボールのフリースローなどの成功数や成功率の資料で、授業を展開してもよいと思われる。

②情報

中学1年「資料の活用」・中学3年「標本調査」・数学I「データの分析」は、コンピューターの授業と絡めると、複雑な手計算を回避でき、自分の考えをまとめたり、グループでの話し合いの時間が取れたりし、授業時間を有効に使える。

(3) 中高一貫教材の活用

中高一貫私学の優位性を活かすのであれば、授業は中高一貫教材を用いるとよい。例えば、数研出版『改訂版 体系数学1・2』の場合は、現行の指導要領に加えて、以下の内容を指導することができる。

- 不等式を用いた表現や読み取り
- 1次不等式
- 数の集合と四則演算の可能性
- いろいろな事象と関数
- 平方の形にして2次方程式を解く
- 2次方程式の解の公式
- 有理数・無理数
- 2次方程式の判別式

- 放物線（2次関数）と直線の交点
- 平行移動・対称移動・回転移動
- 投影図
- 球の表面積と体積
- 相似な図形の面積比と体積比
- 円周角の定理の逆
- 円に内接する四角形・接弦定理・方べきの定理
- PとCを用いた簡単な順列と組合せ

このうち、●の項目は新学習指導要領で新たに追加される内容である。移行措置学年の指導内容には注意が必要だが、このような中高一貫教材を利用していれば、追加内容はほとんどない状況である。

4. おわりに

理数教育の充実を目的に、数学は平成24年度から新課程の全面実施となる。詳細な部分や、大学入試（センター・2次試験）での出題に関して、まだまだ不確定ではあるが、現段階での情報を集め、「学力推移調査」等の分析を行った。この調査結果や分析が、全面実施までに、少しでも参考になっていただけることを期待する。

引用・参考文献

- 安藤久雄『高校入試数学問題精講 代数（数式）編』旺文社（2007年）
 安藤久雄『高校入試数学問題精講 幾何（図形）編』旺文社（2007年）
 エアハルト・ペーレンツ『5分でたのしむ数学50話』岩波書店（2007年）
 岡部恒治『改訂版 体系数学1 代数編』数研出版（2006年）
 岡部恒治『改訂版 体系数学1 幾何編』数研出版（2006年）
 岡部恒治『改訂版 体系数学2 代数編』数研出版（2006年）
 岡部恒治『改訂版 体系数学2 幾何編』数研出版（2006年）
 学研教育出版『難関突破精選問題集』（2005年）
 啓林館『高等学校新教育課程と学習指導要領—数学—』（2009年）
 啓林館『平成21年度カリキュラム作成資料 未来へひろがる 数学 1・2・3』（2009年）
 桜井進『感動する！数学』海竜社（2006年）
 清水静海『中学校新学習指導要領の展開数学科編』明治図書（2009年）
 数学オリンピック財団『ジュニア数学オリンピック2003-2009』日本評論社（2009年）
 数学書房編集部『この数学書がおもしろい』数学書房（2006年）
 数検財団発行『マスマス 13号』数検財団（2009年）
 聖文新社『中・高一貫用テキスト 中学系統数学 代数編Ⅰ』（2007年）
 聖文新社『中・高一貫用テキスト 中学系統数学 代数編Ⅱ』（2007年）
 聖文新社『中・高一貫用テキスト 中学系統数学 幾何編』（2007年）
 第一学習社『新教育課程高等学校学習指導要領内容のまとめ数学』
 田村三郎・コタニマサオ『新図説数学史』現代数学社（2008年）
 東京書籍編集部『中学校数学科学習指導要領改訂のポイント』
 教育情報誌『ニューサポート高校数学 vol.11』東京書籍（2009年）
 永尾汎・岡部恒治『改訂版 体系数学3』数研出版（2006年）
 日本私学教育研究所『平成21年度全国私立中学高等学校 私学教員研修 数学科研修会 資料』
 林正人『中高一貫ハイステージ数学 幾何 上』東進ブックス（2009年）
 藤村崇『中高一貫ハイステージ数学 代数 上』東進ブックス（2009年）
 ベネッセコーポレーション『学力推移調査ホームページ』
 ベネッセコーポレーション『学力推移調査』
 安田亨『東大数学で1点でも多く取る方法 文系編』東京出版（2009年）
 安田亨『東大数学で1点でも多く取る方法 理系編』東京出版（2009年）