

# 数学普通教育の水準向上のための基礎研究および拡充教育的手法による教材開発

田 村 篤 史 (栄光学園中学・高等学校)

## 本研究の目的

筆者の研究における長期的な目的は、わが国の数学教育における卓越性の放射現象の実現である。卓越性の放射現象とは、コネチカット大学教授 **Renzulli** の「拡充による才能教育によって教育全体の水準も上がる」とする主張である。拡充とは才能教育の方法の1つであり、簡潔に言えば「より広く深い学習」である。

筆者はまず、いろいろな学力層における数学の才能伸長のモデルを作り、その適用によって、数学教育における **Excellence** を浸透させたいと考えている。本研究の目的をここに置きたい。この目的が実現できれば、それを受け、「**Math for Excellent**」の教材開発、および「**Math for Excellent**」をもとにした「**Math for All**」の教材開発を行いたい。それらの開発および実践によって最終的には卓越性の放射現象の実現を目指すものである。研究題目に「拡充教育的手法による教材開発」とあるが、これは研究計画書段階のものであり、その点までは手が届かなかった。今後の課題とするとともにこの場を借りて陳謝したい。

## 質問紙の判別性能・信頼性・妥当性

本研究の前年に作成した「数学に対する思考・表現等の能力ならびに態度に関する基準尺度測定質問紙（以下、質問紙）」に対して、日本オリンピック予選参加者 398 人と一般的な高校生 454 人に対してアンケート調査を行ったところ、 $t$  検定と判別分析により、質問紙は非常に高い判別性能を有することが、また、Cronbach の  $\alpha$  係数、天井効果・床効果の検討により、高い信頼性を有することがそれぞれ確認できた。さらに、先行研究における他の質問紙の調査結果との比較によって妥当性も確認された。

## 数学オリンピック参加者に対する因子分析

オリンピック予選参加者全体（以下、G0）、予選合格者（以下、G1）、予選不合格者（以下、G2）のアンケート結果に対して因子分析を行い、それぞれの特性に関して検討した。抽出された因子は、柔軟性、表現力、知識、視覚化、興味の 5 つであった（図 1）。G0 と G2 の因子名は同じであり、G1 と「G0 および G2」の共通因子が知識である。

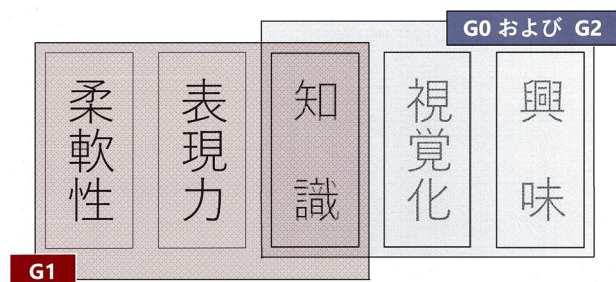


図1 G0,G1,G2 の因子

さらに、t 検定や因子間相関の分析から G1 について確認できた主な事項を以下に挙げる。

- ① 新しい数学の内容を思い出して簡単に使うことができる、論理的に推論する、何を学習したか自分の言葉で表現する、考察と研究の結果を図や表で適切に要約する、という特性をもち、これらを修得することが予選合格の必要条件であること

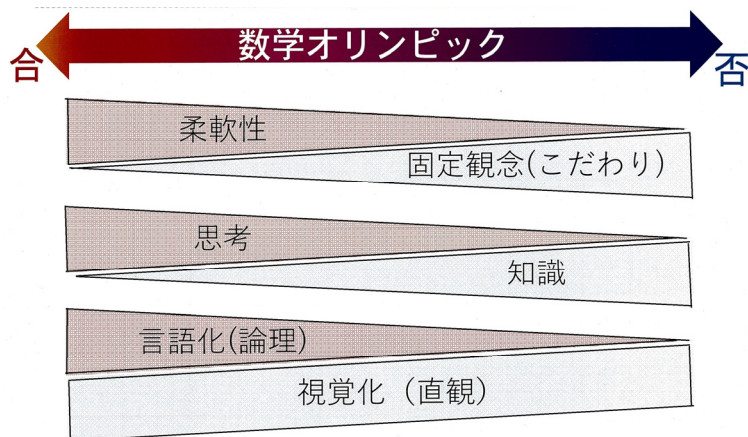


図2 オリンピック予選の合否とそれを特徴づける能力

- ② 「数学」について固定的な見方やイメージをもっていないこと
- ③ 持続的な思考が可能で高い集中力をもち、修得した事柄の定着率が高いこと
- ④ 問題の要点と解法を理解し考察した結果の要点をも掴み、わかりやすく説明することができること
- ⑤ 視覚化以上に言語化に長けており、直観的な理解以上に論理的な理解を求める傾向にあること
- ⑥ 柔軟性と知識は互いに寄与する可能性が低いこと

一方、G2 については、能力の高さをもちつつも視覚化に依存する傾向にあることが特徴の 1 つである。G2 を特徴づける因子には互いに正の相関があり、数学に強い興味をもつと考えられるオリンピック参加者においては妥当な結論と言える。また、G1 と G2 の差異は、修得と適用、論理性、知識や「数学」に対する認識、持続性、視覚化への依存度 等が挙げられ、予選の合否を分ける特性について新しく図 2 の結果を得た。図 2 において、「柔軟性」や「視覚化(直観)」が記されているくさび形や平行四辺形の図形は、縦の幅が大きいほどその特性が強いことを表している。

また、本選合格者に関するプロファイリングから以下の考察を得た。

- ① 本選合格者は、Renzulli (1978) の三輪概念、Andrews (2009) の一般的な才能者の基本的特性、および Dąbrowski (1977) の過度激動を数多くもつ
- ② 本選合格者に関しては、一般的な才能者の指導について研究されてきた方法論を、質問紙の 20 個の質問項目について転用でき、その結果、卓越性の放射現象という本研究の基本的方向が可能であると示唆される
- ③ ②の 20 個の質問項目について、平均が高く分散が小さいほど、先行研究における才能者に共通する特性の上位概念に適

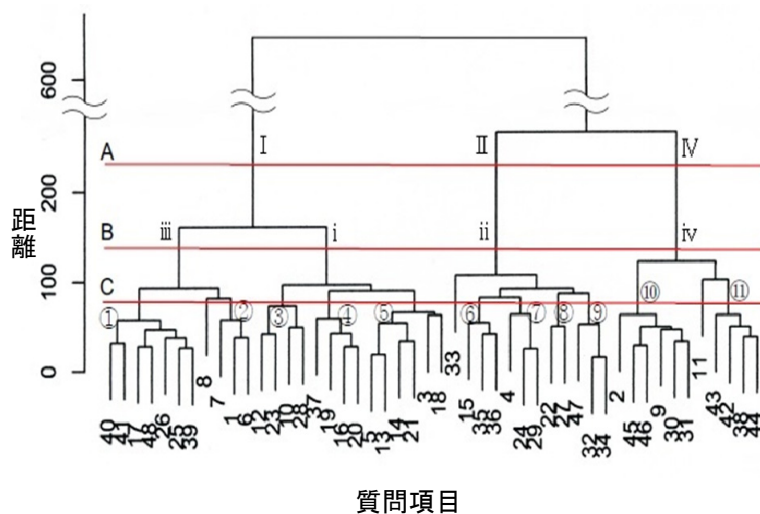


図3 予選合格者のデンドログラム

合すると推察され、才能者の特性を表す指標としてそれらの項目が適正であることの裏付けとなっている

## 数学オリンピック参加者と一般的な高校生に対するクラスタ分析

G1、G2、上、中、下位校（以下、5グループ）に対するアンケート結果に対してクラスタ分析を行い、それぞれの特性に関して検討した。質問項目同士や質問項目とクラスタ間の距離が遠い順にA、B、Cクラスタと名づけた。図3はG1の例であり、下段の数値は質問項目の番号である。ここで、分析結果の一部を抜粋して掲載する。例えば、G1は柔軟性、知識、自然な理解力などのクラスタに分割できる。表1、表2は、柔軟性と知識のクラスタを5グループのどれがもつのかを示したものである。

因子分析の結果、柔軟性はG1の因子であり、知識はG1とG2の共通因子であった。クラスタ分析の結果、柔軟性クラスタはG2と上位校ももっており、知識クラスタは上位校ももっていることがわかった。ここで、Cクラスタの柔軟性がどのBクラスタに属するのか、について検討したところ、G1では表現力・視覚化に属し、G2、上位校では自然な理解力に属していることがわかった（表3）。

表1 Cクラスタによる分類（柔軟性）

G1	G2	上位校	中位校	下位校
柔軟性			なし	

表2 Cクラスタによる分類（知識）

G1	G2	上位校	中位校	下位校
知識			なし	

表3 Cクラスタによる分類（Cクラスタの柔軟性のBクラスタにおける属性）

G1	G2	上位校	中位校	下位校
表現力・視覚化	自然な理解力		なし	

因子分析においてG1を特徴づけるのは、柔軟性と表現力であったが（図1）、このことがクラスタ分析でも確認された。本研究では、因子分析とクラスタ分析の2つの統計分析によって、G1においては柔軟性と表現力が高い相関を有することを示した。

## 数学的才能者と高学力者の相互作用に関する事例研究

18歳以下のオリンピック本選合格者、または数学技能検定1級の合格者を数学的才能者、東京都・神奈川県私立中学校・高等学校のうち、上位5%以内に属する学校に在籍する生徒を高学力者と定義して、数学的才能者の思考・行動の特性、思考過程、および高学力者との相互作用の事例について検討した。その結果、数学的才能者は、一般的な才能者の基本的特性のうち高度な集中力と持続的な知的努力をもち、過度激動のうち問題解決と分析的思考をもつことが確認できた。また、相互作用の1つとして数学的才能者の思考のあり方が、高学力者の学習の深化を促している点、高学力者の数学に関するイメージを変え、向上心を与えている点から、数学的才能者の思考を授業に取り入れることについては成功したと言える。数学的才能者の思考を授業に用いた先行研究はなく、その点も本研究の独自性の1つである。

数学的才能者については、モチベーションを与える要素が大きく分けて2つあることがわかった。1つはオリンピックへの参加とそれに付随して行われた本選合格者の合宿における他者からの刺激で

あり、もう1つは、所属する学校における刺激であるが、事例研究においては後者の刺激のほうが強かった。後者については、数学的才能者と高学力者の生徒らの間で、上記の相互作用の他に競争、数学以外の教科、教員・友人との関係、評価などについての作用が確認された。この事例研究の一般化、すなわち、5グループ間のそれぞれに相互作用が期待される。相互作用が確認できれば、それは本研究のねらいである卓越性の放射現象の実現に近づけることを意味している。

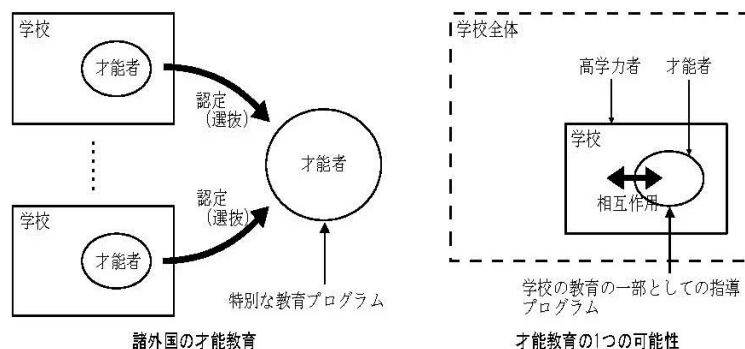


図4 才能教育の1つの可能性

### 数学的才能に関する才能伸長モデル

Brandl (2012) の言う数学的ギフテッドと高達成者については、①異常な社会的行動のない高達成者は、学習環境と内容に関して同じ方向で促進できること、②その高達成者の中に数学的ギフテッドが含まれていること、などが示されている。また、③数学的ギフテッドと高達成者の関係は、本研究の数学的才能者と高学力者の関係に類似している。これらの検討から、数学才能教育のあり方の1つとして、才能者のための学校を設立する、あるいは既存の学校に才能者クラスを設置し才能者を選抜する、という方法をとらず中高一貫校のような継続的に高学力者を教育する学校を中心とした、授業の自由度の高い既存の学校群で高学力者と共存しつつ、才能者の学習を深化・促進させることができる可能性があると言える。

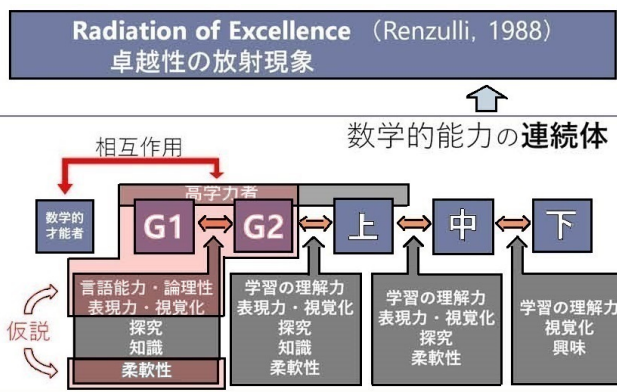


図5 5グループ間の相互作用を引き起こす特性

本研究の成果から、岩永 (1997) の指摘する「中高一貫校群が才能教育の実践校として機能できるのか」という疑問に対しては十分機能する可能性がある、と答えることができる。この才能教育モデルは図4のように図式化できる。

ところで、本研究における表現力の要素には言語能力も入っており、また、G1において、言語化、論理は因子として抽出されていないが、オリンピックの合否を分ける特性の1つであった (図2)。以上の議論を踏まえ、次の仮説を立てた。

仮説：G1、G2において、言語能力・論理性の伸長が柔軟性の伸長を促す

さらに、クラスタ分析の結果から、5グループ間のそれぞれの相互作用を促すと考えられる要素を挙げることができ (図5)、これは、卓越性の放射現象実現のためのストラテジーの1つと考えられる。Math for Excellent の教材開発については、G1、G2に関する因子やクラスタの分析から、表現力、視覚化を意識した上で、さらに先ほどの仮説を加えたものが妥当であり、仮説の検証が今後の課題の1つである。